

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.0681

基于 3D-ILC 含内裂纹孔口脆性固体断裂特性试验

王海军¹, 郁舒阳², 任 然³, 汤 雷¹, 李欣昀⁴, 贾 宇¹

(1. 南京水利科学研究院 水文水资源与水利工程国家重点实验室, 江苏 南京 210029; 2. 河海大学 水利水电学院, 江苏 南京 210098;
3. 香港城市大学 建筑与土木工程学院, 香港 九龙 999077; 4. 香港理工大学 土木及环境工程学系, 香港 九龙 999077)

摘 要: 孔口问题为力学领域中经典问题之一, 也是岩土如隧洞、巷道等工程领域重要的问题之一。随断裂力学的发展, 对含裂纹孔口问题的研究也不断深入。但是, 以往研究多集中在二维问题或者含表面裂纹的孔口问题, 含纯内裂纹的孔口问题研究报道较少。基于 3D-ILC 技术 (对表面无任何影响的情况下, 凭空生成任意参数的深埋内裂纹), 在含有孔口的脆性材料中生成内裂纹, 开展单轴压缩试验, 与无裂纹完整孔口试样试验结果及已有文献进行对比, 并开展理论与数值模拟研究。结果表明: (1) 3D-ILC 与传统方法相比, 裂纹特征更为真实, 为解决断裂力学中的三维内裂纹问题奠定了基础; (2) 完整孔口试样裂纹形态主要有主裂纹与八字形裂纹; (3) 含内裂纹试样裂纹形态以内裂纹扩展为主, 主要有翼裂纹、次生裂纹、反翼裂纹、反向次生裂纹、竖向扭曲裂纹与主裂纹 6 种; (4) 含裂纹孔口试样最终的破坏荷载比无裂纹孔口试样平均低 76.49%, 起裂应力较无裂纹孔口试样平均低 96.72%; (5) 通过数值模拟对完整孔口试样、含主裂纹孔口试样、含内裂纹孔口试样的裂纹扩展进行定性分析, 与试验结论一致。该研究结果为含三维内裂纹的孔口脆性材料的断裂理论研究提供了物理试验基础。

关 键 词: 3D-ILC; 断裂力学; 裂纹扩展; 孔口问题; 脆性材料; 三维内裂纹

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019)06-2200-13

Study on failure of brittle solids with circular hole and internal crack based on 3D-ILC

WANG Hai-jun¹, YU Shu-yang², REN Ran³, TANG Lei¹, LI Xin-yun⁴, JIA Yu¹

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing, Jiangsu 210029, China;
2. Water Resources and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China; 3. College of Civil and Architecture Engineering,
City University of Hong Kong, Kowloon, Hong Kong 999077, China; 4. Department of Civil and Environmental Engineering, Hong Kong Polytechnic
University, Kowloon, Hong Kong 999077, China)

Abstract: The stress analysis of the circular hole is one of the classical problems in the mechanics, and as well in tunnel and roadway engineering. With the development of fracture mechanics, the research on the hole with cracks has been deepened. However, previous studies mainly focused on the two-dimensional problems or holes with surface cracks, and there are few reports on the hole problems with three-dimensional internal cracks. Firstly, based on the 3D-ILC method, the deep internal cracks were generated in brittle materials containing circular holes. The uniaxial compression tests were performed on the specimens with internal cracks. The experimental results are compared with the existing literatures, and the theoretical and numerical simulation studies are carried out. Results show that: 1) Compared with traditional methods, the 3D-ILC method has more realistic crack characteristics and lays a foundation for solving the three-dimensional internal crack problem in fracture mechanics. 2) The main crack shapes of intact specimens are the primary crack and remote crack. 3) For the specimenes with internal cracks, the main crack shapes are the wing crack, secondary crack, anti-wing crack, anti-secondary crack, vertical torsional crack and primary crack. 4) The ultimate failure load of the specimen with cracks is 76.49% of the intact specimen, while the crack initiation stress is 96.72%. 5) The simulation results are in accordance with the experimental results. This study provides an experimental basis for the corresponding theoretical research.

Keywords: 3D-ILC; fracture mechanics; crack propagation; problem with circular hole; brittle solids; 3D internal crack

收稿日期: 2018-04-22

基金项目: 国家重点研发计划项目 (No.2016YFC0401801); 国家自然科学基金 (No.51409170, No.51739008); 江苏省自然科学基金面上项目 (No.BK20171130); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目 (No.Y419005)。

This work was supported by the National Key Research and Development Program of China(2016YFC0401801), the National Natural Science Foundation of China (51409170, 51739008), the General Program of Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20171130) and the Scientific Research Foundation for Central Research Institutes (Y419005).

第一作者简介: 王海军, 男, 1985 年生, 博士, 高级工程师, 主要从事断裂力学及记忆岩石力学等方面的研究工作。E-mail: hjwang@nhri.cn

通讯作者: 汤雷, 男, 1971 年生, 博士, 教授, 主要从事岩石力学方面的研究。E-mail: ltang@nhri.cn

1 引言

孔口问题作为力学领域经典问题, 自二次工业革命以来广泛存在于各个领域, 如航空航天领域中卫星火箭的孔口连接疲劳寿命问题^[1]、机械领域中螺栓孔洞应力集中问题^[2]、船舶制造领域中焊接结构的孔口问题^[3]以及岩土工程领域隧洞围岩稳定问题^[4]等。对于孔口问题, 在理论方面, Kirsch^[5]首次利用实函数法得到了圆形和椭圆形孔洞周围的应力分布; Lamé 基于线弹性理论得到了圆环内部和外部受均布压力下的理论解^[6], 这一理论解作为弹性力学教材中的经典理论也逐渐被推广到非弹性孔口问题的应力解中; Mendelson^[7]分别利用 Tresca 屈服准则和 Mises 屈服准则得到了平面孔口的弹塑性理论解。

随着断裂力学的发展, 对含裂纹孔口问题的研究也不断深入, 但是, 纵观国内外关于此类问题的研究, 主要存在以下 3 个问题:

(1) 三维问题。无论是理论还是试验, 断裂力学中三维问题研究都落后于二维问题, 含裂纹的孔口问题同样如此。在理论方面, 如 Hacebe 等^[8]对带裂纹的二维方形孔口问题给出解析解; Sih^[9]对带双裂纹圆形孔口的平面问题进行求解。在试验方面也较为集中于二维, 如杨圣奇等^[10]对含单孔及双孔带穿透型裂纹的试样进行了室内单轴试验以及数值分析; Chen 等^[11]对含单孔双穿透裂纹试样进行了单轴压缩试验。三维孔口裂纹问题的相关报道相当罕见。实际上, 裂纹往往以三维形态存在于实际材料中, 且影响巨大。三维裂纹的扩展是个普遍的问题, 但同时也是一个难点问题^[12]。

(2) 如何在脆性材料中制作内裂纹问题, 包括试样的制备和试验条件两方面。根据分布特征, 可将裂纹分为表面裂纹、穿透裂纹、内裂纹(深埋裂纹), 三维内裂纹扩展试验研究远少于前两者^[13]。可以想象, 在一完整脆性固体内部通过“内科手术式”精确生成任意参数可控的宏观裂纹, 又同时对表面不造成任何影响, 以常规机械力学理论判断, 甚至是不可能实现的。目前多数采用预埋-浇注法^[12-20]生成内裂纹: 首先在模具中预埋金属或云母等薄片, 然后浇注水泥、树脂等材料成型, 预埋的异质薄片认为是内裂纹, 如 Dyskin 等^[15-16]在 $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$ 采用含金属薄片的树脂浇注材料进行三维内裂纹单轴压缩试验, 材料拉压比为 $1/3\sim 1/4$; 类似的, 郭彦双^[17]、黄明利^[20]等利用不饱和聚酯树脂与有机玻璃制作类岩石试样, 在低温下拉压比分别可以达到 $1/5$ 和

$1/3$; 付金伟等^[13, 18-19]最新研制了一种低温下拉压比能达到 $1/6.6$ 的透明树脂。此方法的问题是: ①用异质薄片模拟裂纹的真实性有待商榷; ②材料脆性度不足, 最高仅为 $1/6.6$, 与天然脆性材料如岩石等相差甚远, 且不稳定; ③试验过程中, 必须严格保持恒定低温状态, 条件苛刻。

(3) 三维内裂纹扩展的观测问题。三维内裂纹扩展试验研究远少于表面及穿透裂纹的另一个重要原因在于内裂纹与试样表面不相交, 致使观测困难。如李术才^[12]、宋彦琦^[21]等试验只能在试样断裂后才能观察到裂纹的形态, 无法直观地观测裂纹的扩展规律; 李廷春^[22]、李术才^[14]、陈厚群^[23]等分别利用 CT 扫描技术、核磁共振技术、X 射线 CT 描述裂纹扩展, 但是这些技术一方面成本高、限制多, 另一方面在实时监测裂纹扩展过程规律难度较大。另外一种常见的方法是采用声发射(AE)监测裂纹动态^[24], 但是 AE 只能作为一种间接方法, 此外 AE 的准确定位仍是待解问题。

本文克服了以上诸多问题, 基于王海军等^[25]首次提出的 3D-ILC 技术, 在对表面无任何影响的情况下, 在脆性孔口材料内部“凭空”生成宏观封闭内裂纹, 解决了三维内裂纹生成问题, 选用透明材料并结合其光学双折射效应解决裂纹形态及应力分布观测问题。开展含单裂纹孔口试样和无裂纹孔口试样的压缩试验, 进行孔口问题中三维内裂纹扩展过程、裂纹形态、断口特征分析, 结合数值模拟, 对孔口裂纹扩展开展分析讨论。本文最重要的价值在于含三维内裂纹的脆性材料孔口问题的试验规律、形貌与特征, 为理论研究及修正提供物理试验依据。

2 试样的制备与试验方法

2.1 3D-ILC

3D-ILC 是王海军等^[25]于 2017 年首次提出, 实现了在对表面无任何影响的情况下, 在材料内部制作任意内裂纹。

三维深埋裂纹制作难度较高, 可以想象, 在一完整物体内部形成“内科手术式”精确结构改变而对其他部分不造成影响, 以常规机械力学理论判断, 是不可能实现。但是, 电磁及波等物理场可以穿透物体并作用于内部, 王海军等^[25]通过甄别各类场作用, 最终提出 3D-ILC 通过电磁场作用于材料内部, 形成电浆(物质第四态)爆破, 进而制作宏观纯封闭内裂纹。由于电磁场的穿透性, 通过控制参数, 达到了制作内裂纹时, 对表面无任何影响。具体原

理参见文献[25]。

2.2 试样材料

材料选用玻璃, 玻璃因其均质、各向同性, 在裂纹扩展之前严格遵循胡克定律, 是脆性固体断裂力学中的经典、理想材料[26]。

在 1920 年断裂力学奠基之初, Griffith^[27]发表的经典论文, 即围绕玻璃低应力脆断现象, 考虑外力作用下固体中一条孤立裂纹, 以热力学能量平衡概念推导出了裂纹扩展判据, 其基础为 Inglis^[28]开展的玻璃材料试验。其后, 很多学者基于玻璃材料进行了许多经典试验, 如 Roesler^[29]最先利用玻璃材料进行三维 Hertz 接触破裂试验, 在接触边缘首次观察到锥形破裂裂纹形态; Sommer 等^[30]于 1969 年利用玻璃材料研究 I-III 型裂纹, 得出了“双矛头”经典破裂形态, 也成为了国际期刊《Engineering Fracture Mechanics》的永久封面; Knauss^[31]利用玻璃进行了纯 III 型裂纹形态研究, 观察到了“准螺旋”破坏形态。

几十年来, 玻璃材料在断裂力学研究的经典性和理想性得到了验证, 基于玻璃材料的经典 Griffith 理论仍在不断发展, 成为各断裂力学分支如岩石断裂力学等的理论基础。

2.3 试样设计与方案

为对比, 采用 2 种孔口试样开展试验: A 系列完整孔口试样和 B 系列含 3D-ILC 的孔口试样。试件尺寸以及裂纹尺寸通过测试性试验进行优化选取, 如下所述:

(1) 完整孔口试样如图 1 所示, 试样为方块形, 尺寸为 80 mm×80 mm×30 mm, 在试样中心为圆形孔口, 直径为 20 mm, 共 6 组试样, 编号为 A1~A6。

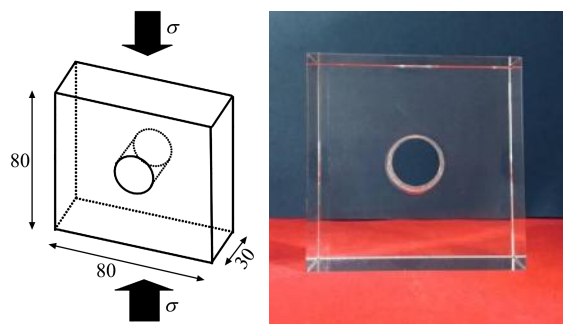


图 1 完整孔口试样 (单位: mm)

Fig.1 Specimen without cracks (unit: mm)

(2) 含三维内裂纹的孔口试样如图 2 所示, 采用王海军等^[25]首次提出的 3D-ILC 方法实现, 运

用电磁场通过参数控制作用于材料内部的椭圆形区域形成破碎, 从而制造出纯封闭内裂纹, 与试样表面不相交, 为椭圆形, 同时控制关键参数, 使得长短半径为 15 mm 和 10 mm, 裂纹与竖直方向呈 60° 角, 共 5 组, 编号为 B1~B5。孔口尺寸与完整孔口试样相同。

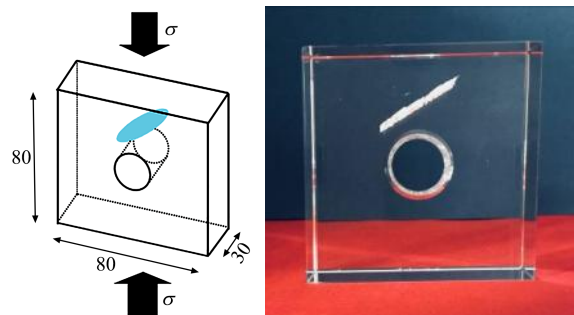


图 2 含三维内裂纹孔口试样 (单位: mm)

Fig.2 Specimen with cracks (unit: mm)

A1~A4、A6 及 B1~B4 试样为非破坏性试验, 用于裂纹扩展性态研究, 加载至特征裂纹出现时, 立刻卸载; A5、B5 为对比组, 为破坏性试验, 用于破坏特征分析, 加载至完全破坏 (往往是粉碎, 见结果分析), 方案见表 1。

表 1 试样编号及加载方案

Table 1 Loading scheme

试验	组别	编号	是否压碎	目的
完整 试样	试验组	A1	否	裂纹扩展特性
	试验组	A2	否	
	试验组	A3	否	
	试验组	A4	否	
	对比组	A5	是	破坏特性
	对比组	A6	否	主裂纹扩展特性
含裂纹 试样	试验组	B1	否	裂纹扩展特性
	试验组	B2	否	
	试验组	B3	否	
	试验组	B4	否	
	对比组	B5	是	破坏特性

2.4 试验仪器

试验采用 WHY-3000 伺服压载系统, 设置高清摄像头监测裂纹的萌生及扩展动态变化, 聚光灯调节试样光线。采用单轴压缩加载, 力值控制模式, 速率为 0.1 kN/s。试验仪器布置如图 3 所示。

脆性试验中应力集中较为敏感, 端部不平整或不光滑会导致试样端部由应力集中而形成裂纹, 影响试验质量。为避免这一现象, 同时减少端部摩擦效应, 在顶部与底部放置光滑 PMMA (有机玻璃)

板。

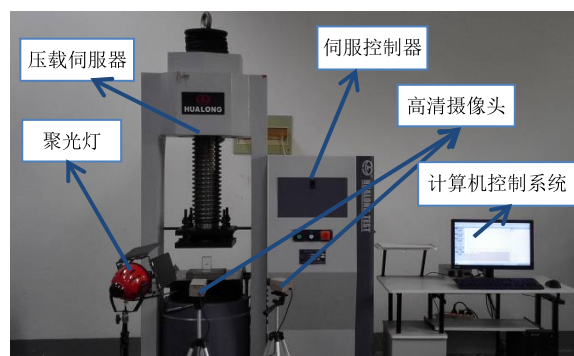


图3 加载系统
Fig.3 Loading system

3 试验结果与分析

从试件的破坏过程、裂纹形态特征、断口特征 3 个方面给出结果并进行分析。为对比起见, 先给出完整试样结果, 后给出含裂纹试样结果。

3.1 破坏过程对比分析

单轴压缩下, 完整孔口试样 (试件 A5) 典型破坏过程如图 4 所示, 含裂纹孔口试样 (试件 B5) 典型裂纹起裂扩展及破坏过程如图 5 所示。图 4、5 中上排图为正视图, 下排图为侧视图。

3.1.1 完整孔口试样

完整孔口试样在单轴压缩下典型破坏过程可分为 4 个阶段: ①起裂; ②主裂纹扩展; ③八字形裂纹出现; ④破坏。

(1) 起裂 (见图 4(b)): 试样在平均力值为 131.1 kN 时孔口上下端出现了主裂纹, 且两条主裂纹几乎同时产生。

(2) 主裂纹扩展 (见图 4(c)): 此阶段, 主裂纹展现出以往不透明试样或二维试验不同的特征, 即裂纹尖端一直保持圆弧状扩展, 且随力值的增大, 裂纹尖端扩展速度越来越慢, 最终几乎停止扩展。

(3) 八字形裂纹出现 (见图 4(d)): 完整孔口试样并未继续沿主裂纹呈现一分为二式断裂破坏, 而是在孔口上下对称位置产生了 2 对八字形裂纹。其表面为曲面, 均与孔口相切, 切点与圆孔中心的连线与水平轴约呈 30° 夹角, 即仍然属于内裂纹和远场裂纹。八字形裂纹对于 A1~A5 试样试验为普遍现象。值得注意的是, 八字形裂纹与主裂纹之间有许多小裂纹。

(4) 试样破坏 (见图 4(e)): 在加载达到破坏荷载 (A1~A4 平均值为 559.9 kN), 呈现剧烈“爆炸式”破坏, 试样呈碎屑状, 崩射范围较远。此特征为刚性试验机压载脆性材料破坏的典型特征。

3.1.2 含裂纹试样

与完整孔口试样不同, 含裂纹孔口试样单轴压缩下, 内裂纹扩展及试样破坏一共分为 4 个阶段:

①裂纹萌生; ②裂纹发展; ③主裂纹起裂; ④破坏。

(1) 裂纹萌生 (见图 5(b)), 在平均荷载为 4.3 kN, 预制内裂纹下部尖端处萌生包裹状翼裂纹, 与原预制裂纹夹角为 46° , 并随荷载逐渐呈卷曲状沿着孔洞相切方向向下部扩展, 同时沿着预制裂纹边缘不断向内扩展, 裂纹尖端范围不断变大。当荷载达到 6.6 kN 时, 距离预制裂纹下端约 8 mm 处萌生次生裂纹, 方向与原内裂纹呈 28° 夹角。

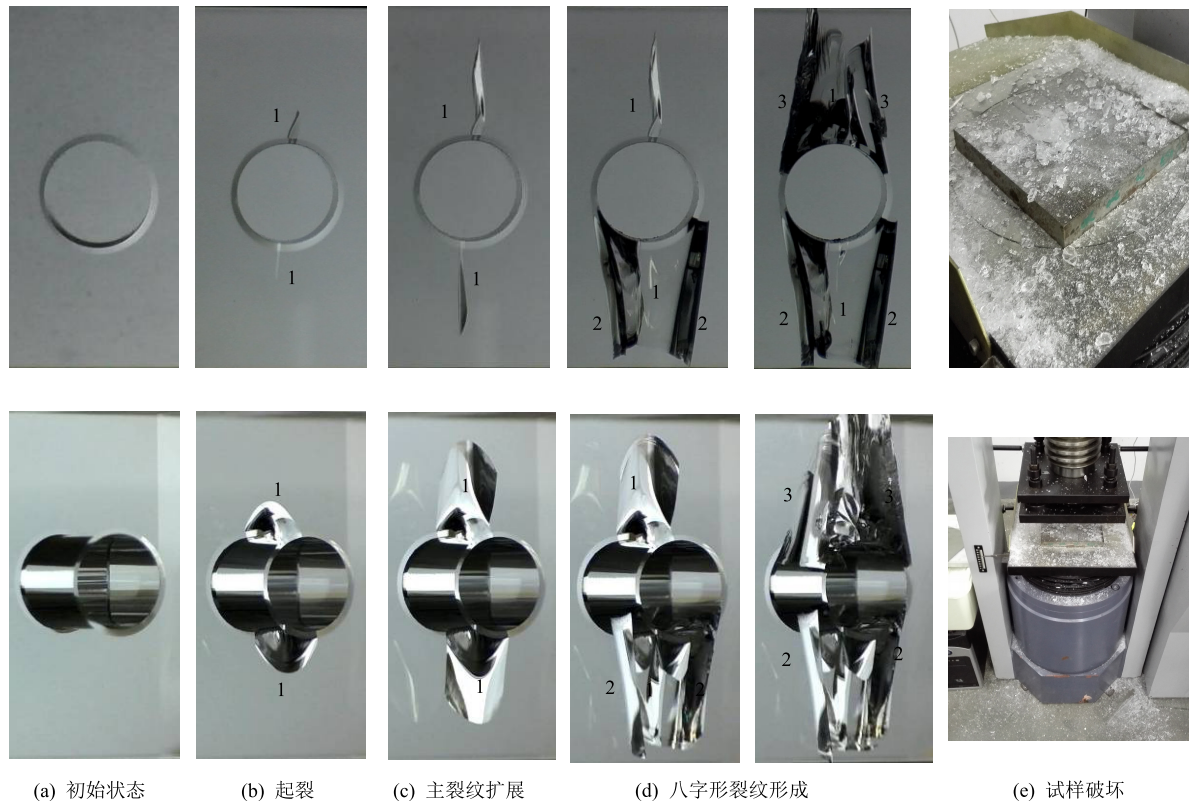
(2) 裂纹发展阶段 (见图 5(c)): 力值从 28.1~46.7 kN, 随着翼裂纹的范围不断变大, 最终贯穿试样表面。同时, 在翼裂纹扩展方向的反向形成反翼裂纹, 与预制裂纹下尖端存在一定的距离。随着荷载的增加, 反翼裂纹逐渐逼近最大主应力方向并向上扩展; 次生裂纹逐渐逼近孔洞, 沿与孔洞相切的方向扩展并逐渐与孔洞相连通; 翼裂纹进一步扩展, 但扩展速率变小。

(3) 主裂纹起裂发展 (见图 5(d)): 力值从 46.7~55.6 kN, 特点是, 孔口上部首先出现应力集中起裂, 并贯穿至预制裂纹的竖向裂纹, 值得注意的是裂纹面呈扭曲状。孔口下端主裂纹起裂滞后于上部, 形态与完整孔口试样中形态一致, 随着主裂纹的产生, 同时在预制裂纹中部同时产生两条反向次生裂纹, 即出现了竖向扭曲裂纹“穿透”预制裂纹形成反向次生裂纹的现象。

(4) 破坏 (见图 5(e)): 力值从 55.6~131.6 kN, 这一阶段反翼裂纹、次生裂纹沿最大主应力方向向上发展, 主裂纹向下发展, 最终形成贯穿性主裂纹。可以观察到由于次生裂纹、反翼裂纹的扩展和相互作用, 在预制裂纹上方形成破碎带。预制裂纹上端无裂纹扩展, 最终加载到破坏荷载时, 与完整孔口试样一样呈现“爆炸式”破坏, 但碎屑尺寸大于完整试样的碎屑, 显示出内裂纹的存在降低了试样的储能程度。

3.1.3 破坏荷载对比分析

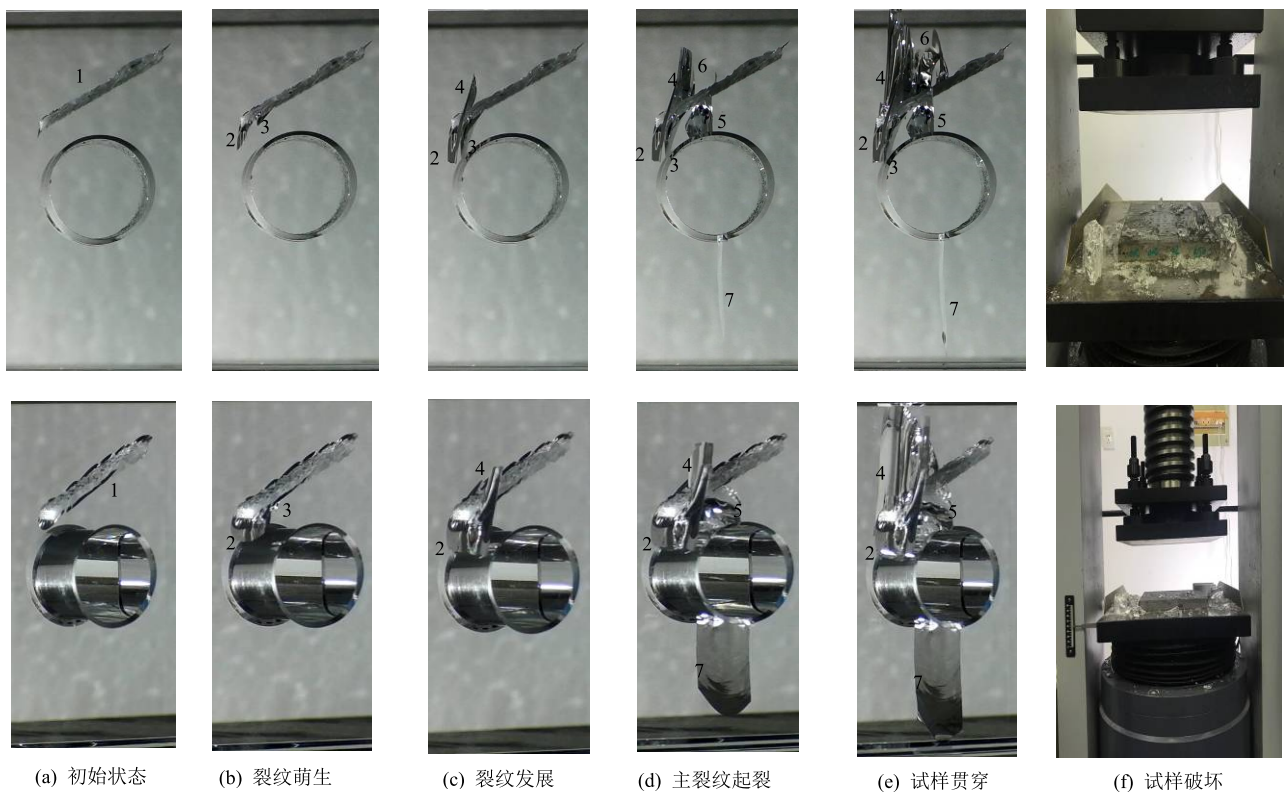
不同类型裂纹对应的荷载图如图 6 所示。对于含裂纹试样, 各裂纹发生荷载与最终破坏荷载的比例为: 翼型裂纹为 3.26%, 扭曲裂纹为 35.50%, 次生裂纹为 5.03%, 反翼裂纹为 21.32%, 反向次生裂纹、主裂纹为 42.27%。对于完整试样, 各裂纹发生荷载与最终破坏荷载的比例为: 主裂纹为 23.42%, 下八字形远场裂纹为 71.66%, 上八字形裂纹为 79.29%。



1-主裂纹; 2-下八字裂纹; 3-上八字裂纹

图 4 典型完整孔口试样破坏过程 (A5)

Fig.4 Failure process of orifice specimen without crack(A5)



1-预制裂纹; 2-翼裂纹; 3-次生裂纹; 4-反翼裂纹; 5-竖向扭裂纹; 6-反向次生裂纹; 7-主裂纹。

图 5 含裂纹试样裂纹扩展过程 (B5)

Fig.5 Failure process of orifice specimen with 3D internal cracks(B5)

含裂纹试样在裂纹扩展过程方面与完整孔口试样相比呈现出以下特点：①对于起裂荷载，含裂纹试样为无裂纹孔口试样平均低 96.72%；②破坏荷载远小于完整孔口试样，含裂纹孔口试样最终的破坏荷载比无裂纹孔口试样平均要小 76.49%。

3.2 裂纹形态对比分析

单轴压缩下，完整孔口试样裂纹形态如图 7 所

示，含裂纹试样断裂形态如图 8 所示。

3.2.1 完整孔口试样

由图 7 可见，无裂纹孔口试样最终破坏形式一致，主要有主裂纹与八字形裂纹两种。主裂纹为 I 型拉裂纹，且裂纹尖端一直保持圆弧状，随 I 型拉裂纹的扩展，圆弧状裂纹尖端的半径也在不断扩大（详细描述在 3.4.3 节断口图），此特征在二维试验及非

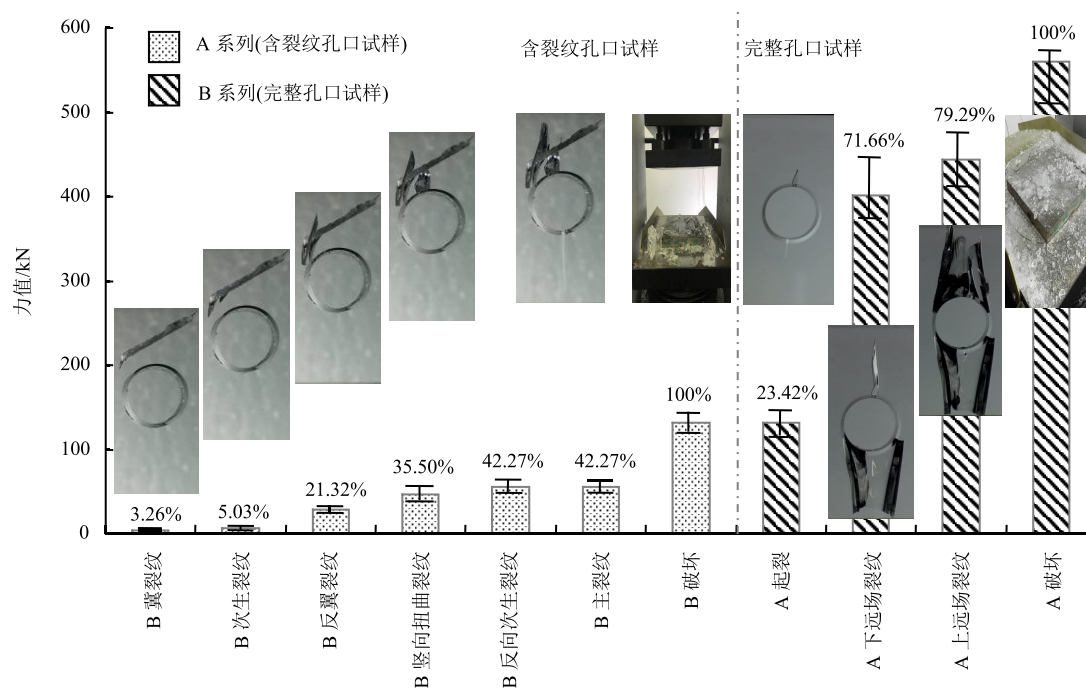


图 6 不同类型裂纹对应的荷载

Fig.6 Loads corresponding to different types of cracks

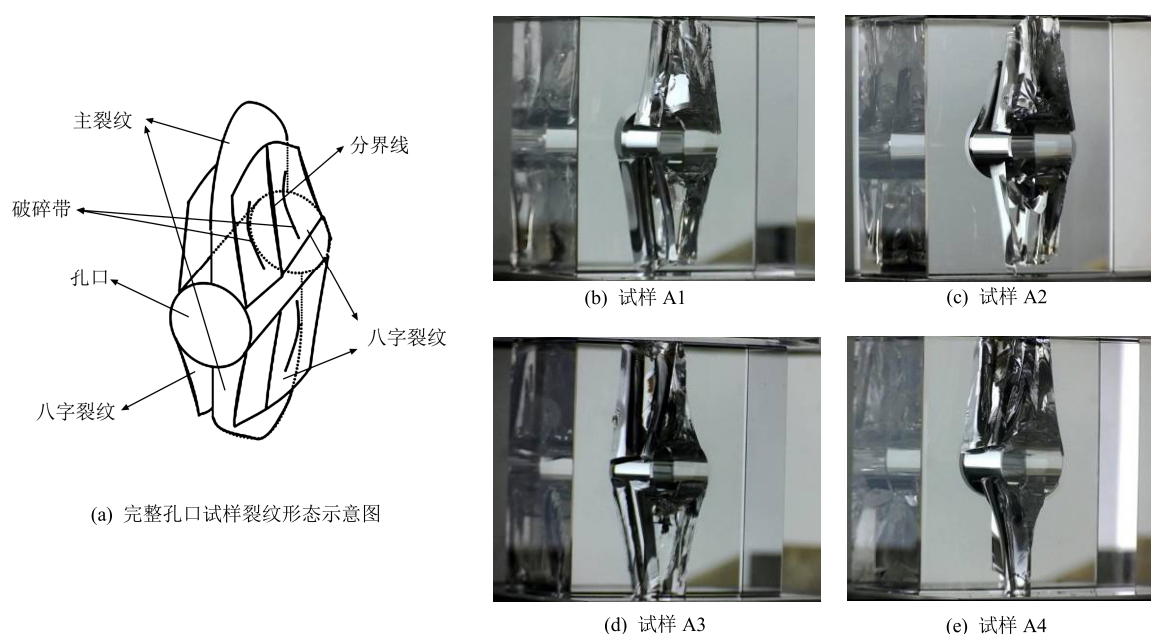


图 7 完整孔口试样裂纹形态

Fig.7 Crack morphology of specimen without crack

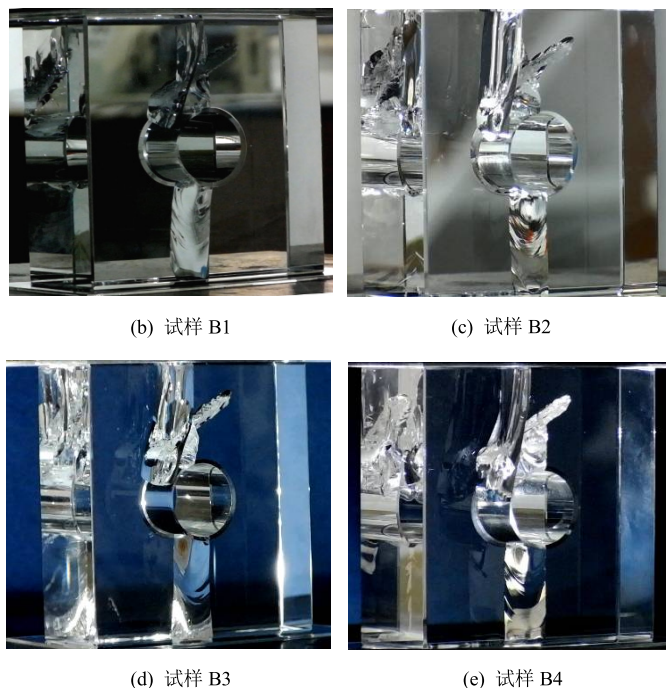
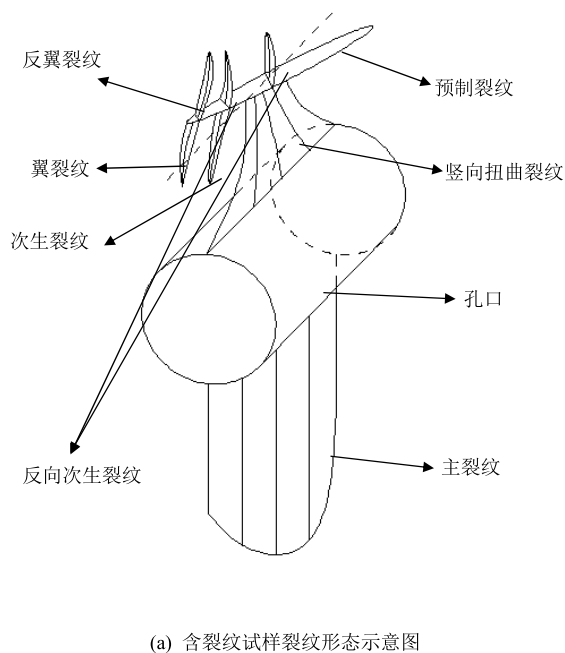


图 8 含裂纹试样裂纹形态

Fig.8 Crack morphology of specimen with 3D internal cracks

透明材料试验中难以发现。八字形裂纹位置与孔口相切，在纵向并不是一个完整的平面，而是被分界线分成两个不同的平面。

3.2.2 含裂纹试样

由图 8 可见，预制裂纹极大地改变了试样上部的扩展形态，根据扩展形态和位置，裂纹分为翼裂纹、反翼裂纹、次生裂纹以及竖向主裂纹。其中，翼裂纹产生在预制内裂纹下部的端部，反翼裂纹与翼裂纹方向相反，次生裂纹与反向次生裂纹产生在预制内裂纹的中部，竖向裂纹与无裂纹孔口试样的主裂纹相对应，与预制裂纹相贯通的是竖向扭曲裂纹，沿试样厚度方向呈现扭曲状，孔口下部为主裂纹。

3.3 断口形态对比分析

3.3.1 不含裂纹试样

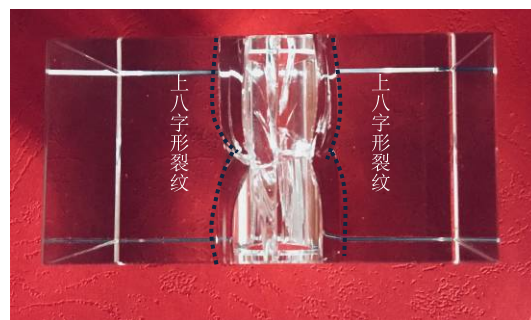
为了进一步分析裂纹断口及其细部特征，沿着八字形裂纹的扩展方向人为拉断，断口如图 9 所示。在八字形裂纹和主裂纹之前形成了小的无规则裂纹，纵横交错，形成了宏观上所见到的白色破碎带。

八字形裂纹与孔口并不相交而是相切，相切处出现擦痕（虚框内白斑），方向沿着八字形裂纹的扩展方向，结合本文第 4 节数值模拟可判断剪切擦痕是由于孔口周围的剪应力集中导致的。同时，由图 9(a)中可见，八字形裂纹断口并非一个平面，而是曲面，中间呈现明显的起伏分界变化。由 9(b)俯

视图可见，上八字裂纹面沿着试样厚度方向曲面特征明显。



(a) 断口图



(b) 俯视图（视角沿加载方向）

图 9 完整孔口试样断口图 (A3)
Fig.9 Fracture surface of specimen A3

3.3.2 含裂纹试样

含裂纹孔口试样沿着主裂纹方向人为拉断, 如图 10 所示。主裂纹为 I 型拉裂纹, 断口光滑, 与完整孔口试样主拉裂纹断口特征一致。预制裂纹上端出现裂纹扩展是因为卸载后残余应力所致, 本文不予讨论。

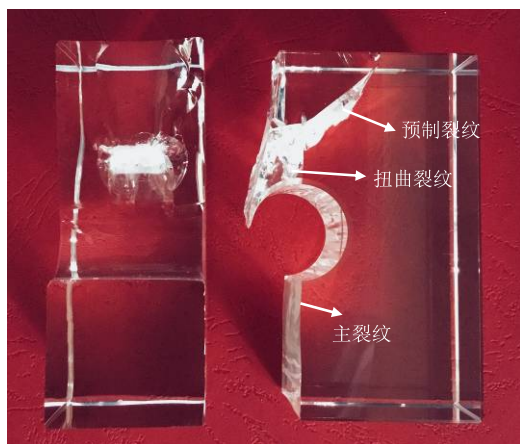


图 10 含裂纹试样断口图
Fig.10 Fracture surface of specimen with 3D internal cracks

3.3.3 主裂纹尖端特征

无论是完整还是含裂纹试样, 主裂纹特征一致, 即尖端呈现圆弧形, 如图 4、5 所示。为揭示这一规律, 设置对比组试样 A6, 在八字形裂纹形成前卸载, 之后人为拉断, 断口如图 11 所示。

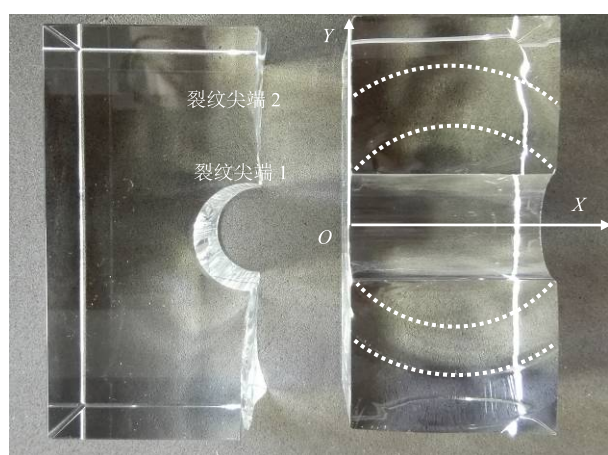


图 11 圆弧形裂纹前缘断口图
Fig.11 Crack tip of the primary crack

虚线 1 为瞬间起裂后的尖端, 断口上呈现弧形明显不平整特征。虚线 2 为卸载时的最终裂纹尖端, 与人工拉裂断口呈现明显弧形分界特征。对裂纹尖

端形状进行拟合, 如图 11 所示, 建立直角坐标系, 用虚线描绘裂纹扩展的弧形迹线进行拟合, 尖端 1 和 2 拟合方程分别为

$$(x-1.5)^2 + (y+0.94)^2 = 2.74^2 \quad (1)$$

$$(x-1.5)^2 + (y+0.65)^2 = 3.74^2 \quad (2)$$

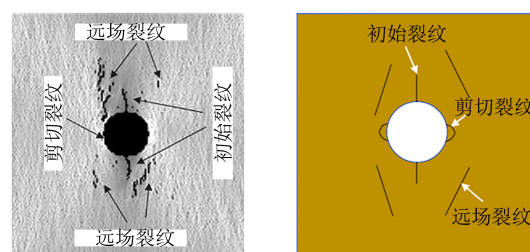
裂纹前缘为圆弧形且圆心位于孔口轴向中线上, 半径随扩展变大。

4 与已有试验对比

4.1 完整孔口试样

已有研究中, 完整孔口试样的裂纹形态主要有主裂纹(primary fractures)、八字形远场裂纹(remote fractures), 如图 12(a)、12(b)所示。另外, 如图 12(b)所示, 有时可观察到孔边小范围剪切裂纹, 与加载条件、尺寸等相关, 与本文试验一致。

但以往试验都是基于不透明材料进行, 所观察到的裂纹形态仅限于二维视角, 并不能观察裂纹的三维形态。本文试验中得到结论: 主裂纹在加载过程中裂纹尖端呈现圆弧形扩展, 八字形裂纹断口为非平面, 且与孔口相切, 这在之前非透明试样中是观察不到的。



(a) 文献^[32]数值分析孔口裂纹 (b) 文献^[33]孔口裂纹示意图

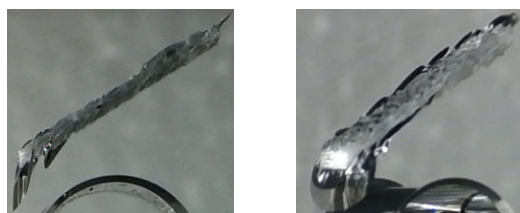
图 12 前人文献中孔口试样裂纹扩展图
Fig.12 Crack propagation in previous research

4.2 含裂纹试样

目前尚未有含内裂纹的孔口问题的类似试验, 本文与含内裂纹非孔口问题试验结果进行对比。

本次试验中预制裂纹下端首先出现包裹状翼裂纹, 这在以往试验中较多被观察到, 与文献[13, 15]的对比如图 13 所示, 包裹状翼裂纹与前人研究一致。

但是, 本次试验中观察到与包裹状翼裂纹扩展方向相反的反翼裂纹, 反翼裂纹在翼裂纹边缘与预制裂纹相交处反向产生, 如图 14(a)所示, 与预制裂纹尖端存在一定的距离, 这在以往的三维内裂纹试



(a) 本次试验包裹翼裂纹

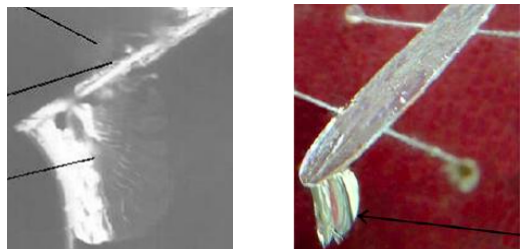
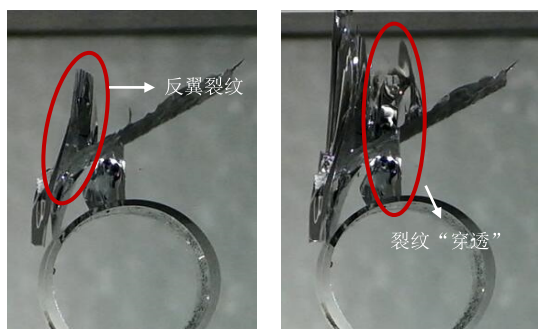
(b) 包裹状翼裂纹^[13, 15]

图 13 包裹状翼裂纹对比图
Fig.13 Wrapped wing of crack



(a) 反翼裂纹

(b) 裂纹“穿透”现象

图 14 裂纹的“穿透”现象
Fig.14 "Penetration" of cracks

验中尚未观察到。本次试验中观察到的次生裂纹产生于裂纹面上，并可以在加载过程中“穿透”预制裂纹，如图 14(b)所示，在主裂纹产生时竖向扭曲裂纹“穿透”预制裂纹产生了反向次生裂纹。以往内裂纹主要采用预埋薄片后浇注实现，Dyskin 等^[15]以金属片为预制裂纹，付金伟等^[13]以云母片为预制裂纹，均未观察到裂纹的“穿透”现象，究其原因，是采用金属片、云母片作为裂纹，根本就不是真正的裂纹，只是材料内部的异质体，无法正确反映真实裂纹的特性。由此也得出 3D-ILC 方法的优越性，制作的内裂纹为真正的裂纹，得到的裂纹扩展特性为真实裂纹特性。

5 数值模拟分析

5.1 数值原理

断裂力学中三维纯内裂纹扩展问题无论是在

理论还是数值模拟方面都是整个领域内有待突破的瓶颈，目前几乎看不到三维纯内裂纹在复杂应力状态下，特别是涉及多裂纹、裂纹穿透等自由开展的数值模拟成果。囿于现有理论与数值水平，本文开展了静态定性分析，不涉及多裂纹开裂扩展路径模拟。

应力-应变理论不再赘述，对于应力强度因子采用 M 积分的方法来计算^[34]，三维 J 积分^[35]：

$$J = \int_{\Gamma} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x} d\Gamma \quad (3)$$

式中： δ_{1j} 为克罗狄克符号； q 为光滑函数； σ_{ij} 为二阶应力张量； u_i 为位移矢量； ε_{ij} 为二阶应变张量。而 J 积分与应力强度因子的关系可以表达为

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 + \frac{1-\nu^2}{E} K_{II}^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (4)$$

式中： E 为弹性模量； ν 为泊松比； K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分别为 I、II、III 型应力强度因子。

由 2.2 节可知，材料为理想线弹性，则有

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \quad (6)$$

$$u_i = u_i^{(1)} + u_i^{(2)} \quad (7)$$

$$K_i = K_i^{(1)} + K_i^{(2)} \quad (8)$$

式 (5) ~ (8) 的上标 (1) 和 (2) 代表两种独立的线弹性平衡状态。将式 (8) 代入式 (4)，可得

$$J = J^{(1)} + J^{(2)} + M^{(1,2)} \quad (9)$$

其中：

$$J^{(1)} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{(1)})^2 + \frac{1-\nu^2}{E} (K_{II}^{(1)})^2 + \frac{1+\nu}{E} (K_{III}^{(1)})^2 \quad (10)$$

$$J^{(2)} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^{(2)})^2 + \frac{1-\nu^2}{E} (K_{II}^{(2)})^2 + \frac{1+\nu}{E} (K_{III}^{(2)})^2 \quad (11)$$

$$M^{(1,2)} = 2 \left[\frac{1-\nu^2}{E} K_I^{(1)} K_I^{(2)} + \frac{1-\nu^2}{E} K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)} \right] \quad (12)$$

由式 (9) 可知，为了求解 K_I 、 K_{II} 以及 K_{III} ，需要 3 个方程。假设状态 (1) 为待求得真实平衡状态，而状态 (2) 则为虚拟得弹性平衡状态。进一步使用状态 (2a)、(2b)、(2c) 代替状态 (2)，构造状态方程如下：① $K_I^{(2a)} = 1$ ， $K_{II}^{(2a)} = 0$ ， $K_{III}^{(2a)} = 0$ ；

② $K_I^{(2b)} = 0$, $K_{II}^{(2b)} = 1$, $K_{III}^{(2b)} = 0$; ③ $K_I^{(2c)} = 0$, $K_{II}^{(2c)} = 0$, $K_{III}^{(2c)} = 1$, 代入式 (5) 可得

$$K_I^{(2)} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} M^{(1,2a)} \quad (13)$$

$$K_{II}^{(1)} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} M^{(1,2b)} \quad (14)$$

$$K_{III}^{(1)} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} M^{(1,2c)} \quad (15)$$

将式 (4) ~ (7) 代入式 (3), 可得

$$M^{(1,2)} = \int_{\Gamma} \left(\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x} - \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x} d\Gamma \quad (16)$$

由式 (13) ~ (16) 得到裂纹尖端应力强度因子。

5.2 数值模型

模型 1: A 组完整孔口试样模型; 模型 2: A 组试样孔口上下主裂纹刚起裂模型; 模型 3: B 组含内裂纹孔口试样模型, 如图 15 所示。其中为定性分析, 在模型顶部施加一个 1 MPa 的荷载, 而模型底部为固定 3 个方向位移的边界。

5.3 结果分析

5.3.1 完整孔口试样 (模型 1 与模型 2)

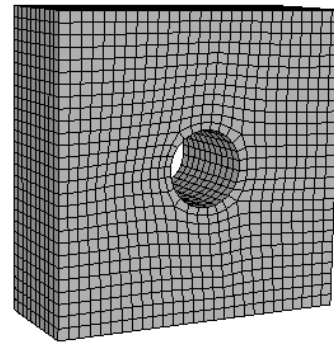
模型 1、模型 2 的剪应力分布图见图 16。相同荷载下, 完整试样 (模型 1) 剪应力集中处的应力值为含主裂纹试样 (模型 2) 剪应力集中值的 42%。由此可知, 主裂纹的出现, 致使剪应力向 45° 处集中, 造成与孔口相切的八字形裂纹的起裂, 八字形裂纹为剪切裂纹, 八字形裂纹断口出现的擦痕 (见图 9(a)) 也验证了这一点。

5.3.2 含裂纹孔口试样

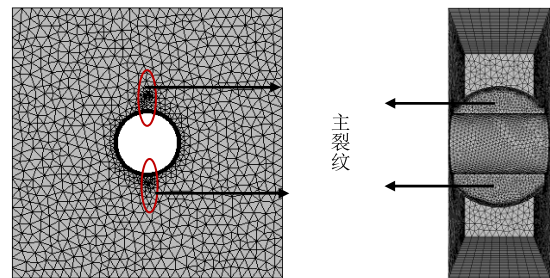
(1) 预制内裂纹对孔口应力影响

图 17 为模型 1 与模型 3 主拉应力云图, 由图可见, 预制裂纹极大改变了孔口拉应力分布, 在相同荷载下, 含裂纹孔口试样平均拉应力集中为完整试样的 1.65 倍, 因此, 含裂纹试样孔口上下端处先断裂。此现象与物理试验中主裂纹起裂先后结果一致, 试验中含预制裂纹试样主裂纹起裂荷载值为完整试样的约 38%。

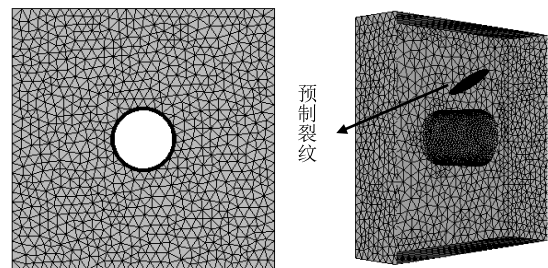
同时预制裂纹改变了孔口上下的拉应力分布 (见图 17(b)), 上部最大拉应力约为 1.2 倍, 可见主裂纹先从孔口上部起裂, 与物理试验一致。



(a) 模型 1: 完整孔口试样

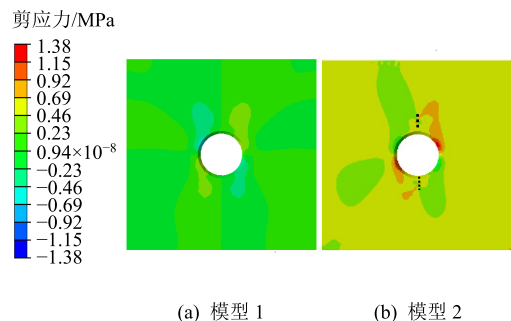


(b) 模型 2: 主裂纹起裂



(c) 模型 3: 含三维内裂纹

图 15 数值模型网格图
Fig.15 Simulation models



(a) 模型 1

(b) 模型 2

图 16 剪应力分布图
Fig.16 Shear stress distribution

(2) 预制内裂纹的应力分布

为比较预制裂纹面的应力分布规律, 取模型 3 沿预制裂纹平面切开模型, 相应的剪应力云图见图

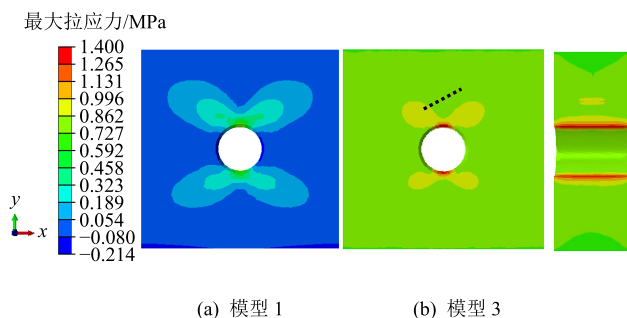


图 17 模型最大拉应力分布图

Fig.17 Maximum tensile stress distribution

18. 由式 (13) ~ (16) 计算相应的应力强度因子 (沿预制裂纹边缘一周, 从预制裂纹上端至预制裂纹下端, 定义相对长度为 1), 同时以预制裂纹下端的 II 型应力强度因子为基准, 定义 $|K_{II}|/|K_{II\perp}|$ 为相对 II 型应力强度因子, 见图 19。由图 18、19 可知, 预制裂纹下尖端的剪应力以及 II 型应力强度因子数值均大于预制裂纹上尖端 (最大处 1.8 倍), 表明预制内裂纹下尖端先于上尖端扩展, 与试验结论一致。

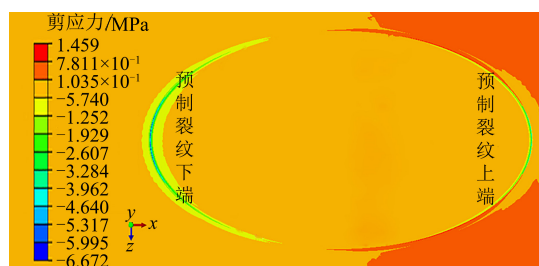


图 18 模型 3 剪预制内裂纹面应力云图

Fig.18 Shear stress in the crack surface in model 3

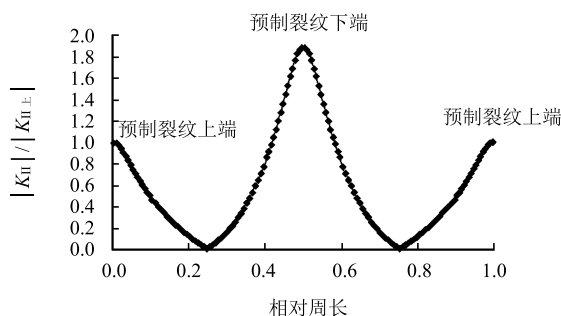


图 19 预制内裂纹尖端相对 II 型应力强度因子

Fig.19 Relative type II stress intensity factor distribution

6 结 论

(1) 3D-ILC 可实现含内裂纹的孔口试样制作, 且试样试验规律一致, 与传统方法相比, 裂纹特征更为真实, 表明 3D-ILC 在脆性材料断裂力学试验

研究中的优势。

(2) 完整孔口试样裂纹形态主要有主裂纹与八字形裂纹。主裂纹出现在孔口顶部与底部, 裂纹尖端呈现圆弧状, 扩展过程中圆弧半径逐渐变大, 同时扩展速率越来越慢。八字形裂纹与孔口相切, 裂纹面为曲面。对于完整试样, 各裂纹发生荷载与最终破坏荷载的比例为: 主裂纹起裂 23.42%, 下八字形远场裂纹为 71.66%, 上八字形裂纹为 79.29%。

(3) 内裂纹改变了孔口的应力分布, 使得孔口上部的应力集中要大于孔口下部, 抑制了八字形裂纹的产生, 裂纹形态以内裂纹扩展为主, 主要有翼裂纹、次生裂纹、反翼裂纹、反向次生裂纹、竖向扭曲裂纹与主裂纹 6 种。翼裂纹出现在预制裂纹下端, 而在预制裂纹上端无扩展; 次生裂纹出现在预制裂纹面上; 反翼裂纹与翼裂纹方向相反, 出现位置与预制裂纹尖端存在一定距离; 反向次生裂纹是竖向扭曲裂纹“穿透”预制裂纹而生成。

(4) 内裂纹极大地降低了孔口试样的强度: 含裂纹孔口试样最终的破坏荷载比无裂纹孔口试样平均低 76.49%, 起裂应力较无裂纹孔口试样平均低 96.72%。对于含裂纹试样, 各裂纹发生荷载与最终破坏荷载的比例为: 翼型裂纹为 3.26%, 扭曲裂纹为 35.50%, 次生裂纹为 5.03%, 反翼裂纹为 21.32%, 反向次生裂纹、主裂纹为 42.27%。

(5) 通过数值模拟对完整孔口试样、含主裂纹孔口试样、含内裂纹孔口试样的裂纹扩展进行定性分析, 与物理试验结论一致。

参 考 文 献

- [1] 孙鑫. 航空材料自动化精密制孔工艺研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
SUN Xin. Research on automatic precision drilling process of aeronautic material[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [2] 姜杰凤, 董辉跃, 柯映林. 高锁螺栓干涉连接中极限干涉量[J]. 机械工程学报, 2013, 49(3): 145—152.
JIANG Jie-feng, DONG Hui-yue, KE Ying-lin. Maximum interference fit size of hi-lock bolted joints[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(3): 145—152.
- [3] 宋竞正, 李鸿, 何蕴增, 等. 船体结构非圆孔口问题的复变函数解[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(5): 558—562.
SONG Jin-zheng, LI Hong, HE Yun-zeng, et al. The complex variable function solution for curvilinear hole

- problems of ship[J]. **Journal of Harbin Engineering University**, 2004, 25(5): 558—562.
- [4] 陈谱. 基于复变函数解法和突变理论的隧洞围岩稳定性研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2014.
- CHEN Pu. Study on stability of tunnel surrounding rock based on complex function method and catastrophe theory[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2014.
- [5] KIRSCH C. Die theorie der elastizitat und die bedurfnisse der festigkeitslehre[J]. **Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure**, 1898, 42: 797—807.
- [6] 徐芝纶. 弹性力学简明教程[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1983.
- XU Zhi-lun. Brief course on elasticity[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1983.
- [7] MENDELSON A. Plasticity: theory and application[M]. New York: Macmillan, 1968.
- [8] HASEBE N, NAKAMURA T, YOSHIKAWA K, et al. Plane elastic solution for the second mixed boundary value problem and its application[J]. **Archive of Applied Mechanics**, 1994, 64(5): 295—306.
- [9] SIH G C. Stress distribution near internal crack tips for longitudinal shear problems[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1965, 32(1): 51—58
- [10] 杨圣奇, 黄彦华. 双孔洞裂隙砂岩裂纹扩展特征试验与颗粒流模拟[J]. 应用基础与工程科学学报, 2014, 22(3): 584—597.
- YANG Sheng-qi, HUANG Yan-hua. Experiment and particle flow simulation on crack coalescence behavior of sandstone specimens containing double holes and a single fissure[J]. **Journal of Basic Science and Engineering**, 2014, 22(3): 584—597.
- [11] CHEN M, JING H, MA X, et al. Fracture evolution characteristics of sandstone containing double fissures and a single circular hole under uniaxial compression[J]. **International Journal of Mining Science and Technology**, 2017, 27(3): 499—505.
- [12] 李术才, 杨磊, 李明田, 等. 三维内置裂隙倾角对类岩石材料拉伸力学性能和断裂特征的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(2): 281—289.
- LI Shu-cai, YANG Lei, LI Ming-tian, et al. Influences of 3D internal crack dip angle on tensile mechanical properties and fracture features of rock-like material[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(2): 281—289.
- [13] 付金伟, 朱维申, 雒祥宇, 等. 含三维内置断裂面新型材料断裂体破裂过程研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(9): 3257—3263.
- FU Jin-wei, ZHU Wei-shen, HAN Xiang-yu, et al. Study on failure process of fractured rock by using a new material containing three-dimensional internal fracture surfaces[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2014, 45(9): 3257—3263.
- [14] 李术才, 李廷春, 王刚, 等. 单轴压缩作用下内置裂隙扩展的 CT 扫描试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 484—492.
- LI Shu-cai, LI Ting-chun, WANG Gang, et al. CT real-time scanning tests on rock specimens with artificial initial crack under uniaxial conditions[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(3): 484—492.
- [15] DYSKIN A V, JEWELL R J, JOER H, et al. Experiments on 3-D crack growth in uniaxial compression[J]. **International Journal of Fracture**, 1994, 65(4): 77—83.
- [16] DYSKIN A V, SAHOURYEH E, JEWELL R J, et al. Influence of shape and locations of initial 3-D cracks on their growth in uniaxial compression[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2003, 70(15): 2115—2136.
- [17] 郭彦双, 林春金, 朱维申, 等. 三维裂隙组扩展及贯通过程的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 1): 3191—3195.
- GUO Yan-shuang, LIN Chun-jin, ZHU Wei-shen, et al. Experimental research on propagation and coalescence process of three-dimensional flaw-sets[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Suppl.1): 3191—3195.
- [18] 付金伟, 朱维申, 谢富东, 等. 岩石中三维双裂隙组扩展和贯通过程的试验研究和弹脆性模拟[J]. 岩土力学, 2013, 34(9): 2489—2495.
- FU Jin-wei, ZHU Wei-shen, XIE Fu-dong, et al. Experimental studies and elasto-brittle simulation of propagation and coalescence process of two three-dimensional flaws in rocks[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(9): 2489—2495.
- [19] 付金伟, 朱维申, 曹冠华, 等. 岩石中三维单裂隙扩展过程的试验研究和数值模拟[J]. 煤炭学报, 2013, 38(3): 411—417.
- FU Jin-wei, ZHU Wei-shen, CAO Guan-hua, et al. Experimental study and numerical simulation of propagation and coalescence process of a single

- three-dimensional flaw in rocks[J]. **Journal of China Coal Society**, 2013, 38(3): 411—417.
- [20] 黄明利, 黄凯珠. 三维表面裂纹相互作用扩展贯通机制试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(9): 1794—1799.
- HUANG Ming-li, HUANG Kai-zhu. Experimental study on propagation and coalescence mechanisms of 3D surface cracks[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(9): 1794—1799.
- [21] 宋彦琦, 李名, 王晓, 等. 基于高速摄影的单预制裂纹大理岩加卸载试验[J]. 中国矿业大学学报, 2014, 43(5): 773—781.
- SONG Yan-qi, LI Ming, WANG Xiao, et al. Observation of marble with single pre-existing crack using high-speed photography under loading and unloading conditions[J]. **Journal of China University of Mining and Technology**, 2014, 43(5): 773—781.
- [22] 李廷春, 吕海波, 王辉. 单轴压缩载荷作用下双裂隙扩展的 CT 扫描试验[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 9—14.
- LI Ting-chun, LÜ Hai-bo, WANG Hui. CT real-time scanning tests on double cracks propagation under uniaxial compression[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(1): 9—14.
- [23] 陈厚群, 丁卫华, 蒲毅彬, 等. 单轴压缩条件下混凝土细观破裂过程的 X 射线 CT 实时观测[J]. 水利学报, 2006, 37(9): 1044—1050.
- CHEN Hou-qun, DING Wei-hua, PU Yi-bin, et al. Real time observation on meso fracture process of concrete using X-ray CT under uniaxial compressive condition[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2006, 37(9): 1044—1050.
- [24] 李浩然, 杨春和, 刘玉刚, 等. 单轴荷载作用下盐岩声波与声发射特征试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(10): 2107—2116.
- LI Hao-ran, YANG Chun-he, LIU Yu-gang, et al. Experimental study of ultrasonic velocity and acoustic emission properties of salt rock under uniaxial compression load[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(10): 2107—2116.
- [25] 王海军, 张九丹, 任然, 等. 基于介质损伤的三维深埋裂纹 3D-ILC 实现[J]. 岩土工程学报, 2019, 录用待刊.
- WANG Hai-jun, ZHANG Jiu-dan, REN Ran, et al. Embedded cracks in materials induced by 3D-ILC[J]. **Chineses Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, to be published.
- [26] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- FAN Tian-you. Fracture theory foundation[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [27] GRIFFITH A A. The phenomena of rupture and flow in solids[J]. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, 1921, 221(2): 163—198.
- [28] INGLIS C E. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners[C]//Spring Meeting of the Fifty-fourth Session of the Institution of Naval Architects. [S. l.]: [s. n.], 1913, 55: 219—241.
- [29] ROESLER F C. Brittle fracture near equilibrium[J]. **Proceedings of the Physical Society**, 2002, 69(10): 981.
- [30] SOMMER E, SOMMER E. Formation of fracture ‘lances’ in glass[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 1969, 1(3): 539—546.
- [31] KNAUSS W G. An observation of crack propagation in anti-plane shear[J]. **International Journal of Fracture Mechanics**, 1970, 6(2): 183—187.
- [32] ZHU W C, BRUHNS O T. Simulating excavation damaged zone around a circular opening under hydromechanical conditions[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2008, 45(5): 815—830.
- [33] 腾俊洋, 唐建新, 李欣怡. 含孔洞加锚岩石力学特性及裂纹扩展规律[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(1): 87—103.
- TENG Jun-yang, TANG Jian-xin, LI Xin-yi. Mechanical property and fracture propagation rule of anchored rock with a hole under uniaxial compression[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2018, 37(1): 87—103.
- [34] WAWRZYNEK P A, CATER B J. The M-integral for computing stress intensity factors in generally anisotropic materials[R]. Washington D. C.: NASA, 2005: NASA/CR-214006.
- [35] 孙欣, 朱哲明, 谢凌志, 等. 基于 SENDB 试样的砂岩复合脆性断裂行为研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(12): 2884—2894.
- SUN Xin, ZHU Zhe-ming, XIE Ling-zhi, et al. Investigation on mixed-mode fracture behavior of sand stone using a SENDB specimen[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2017, 36(12): 2884—2894.